

Joanna PERZYŃSKA

PROGNOZY KOMBINOWANE W TESTOWANIU OBEJMOWANIA MODELI EKONOMETRYCZNYCH – PRZYKŁAD EMPIRYCZNY

COMBINED FORECASTS IN TESTING OF ECONOMETRIC MODELS ENCOMPASSING – EMPIRICAL EXAMPLE

Katedra Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny
w Szczecinie, ul. Klemensa Janickiego 31, 71-270 Szczecin, e-mail: joanna.perzynska@zut.edu.pl

Summary. In the paper, the author considers the situation in which several econometric models of the same variable are available. Then the main problem is to select the best model. For this purpose they are generally used measures of model fit to the empirical data. An alternative approach is testing of encompassing. In the paper, the author presents theoretical considerations about forecast encompassing. In this case we can use combined forecasts being weighted average of individual forecasts determined on the basis of competing models. The illustration of theoretical considerations is the empirical example, in which the costs of heat and electricity production in a power plant B are modeling and forecasting.

Słowa kluczowe: model ekonometryczny, obejmowanie modeli względem prognoz, prognozy kombinowane, testowanie obejmowania modeli.

Key words: combined forecasts, econometric model, forecast encompassing, testing of encompassing.

WSTĘP

Model ekonometryczny, opisujący zależności w sferze zjawisk ekonomicznych, jest uproszczonym odwzorowaniem rzeczywistości – uwzględnia tylko główne czynniki określające zmienność danego zjawiska (Wprowadzenie do ekonometrii... 2004; Welfe i Welfe 2004). Budowa modelu ekonometrycznego przebiega w kilku etapach. W zależności od decyzji podjętych na każdym z nich (wyboru: zmiennych objaśniających, klasy modelu, jego postaci analitycznej czy metody estymacji parametrów) po etapie weryfikacji można otrzymać zbiór wielu rywalizujących ze sobą modeli, które mają zbliżone właściwości. W takiej sytuacji alternatywnym podejściem w poszukiwaniu najlepszego modelu na podstawie oceny miar dobroci dopasowania do danych empirycznych może być testowanie obejmowania modeli.

Dany model obejmuje model rywalizujący, jeżeli może objaśniać zachowanie jego cech (Mizon i Richard 1986). Cechami uwzględnianymi w obejmowaniu może być wariancja reszt modelu (*variance encompassing*) lub błędy prognoz (*forecast encompassing*). Niniejszy artykuł dotyczy obejmowania względem prognoz, do testowania którego wykorzystuje się prognozy kombinowane będące średnią ważoną prognoz indywidualnych wyznaczonych na podstawie rywalizujących modeli.

Ilustracją rozważań teoretycznych jest przykład empiryczny, w którym modelowaniu i prognozowaniu poddano zmienną ekonomiczną w postaci szeregu czasowego z wahaniami sezonowymi. Procedura badawcza przebiegała w kilku etapach. W pierwszym etapie oszacowano po kilkanaście modeli należących do różnych klas. Ponieważ na podstawie oszacowanych modeli miały być wyznaczone prognozy, w pierwszym etapie, poza badaniem dopasowania modeli do danych empirycznych, badano też ich własności predyktywne. Dopiero wybrane w ten sposób modele po ponownym oszacowaniu wykorzystano do testowania obejmowania względem prognoz. W tym celu na podstawie reestymowanych modeli wyznaczono prognozy indywidualne, a następnie oszacowano odpowiednie równania regresji przedstawiające prognozy kombinowane oraz zbadano statystyczną istotność ich parametrów strukturalnych. W toku badań zweryfikowano hipotezę mówiącą, że testowanie obejmowania modeli względem prognoz jest użyteczną metodą wyboru najlepszych modeli ze zbioru modeli rywalizujących.

METODY

Model M_1 obejmuje model M_2 względem prognoz (*forecast encompassing*), jeżeli może objaśnić błąd prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M_2 (por. Mizon i Richard 1986; Clements i Hendry 1993; Charemza i Deadman 1997). Do testowania obejmowania modeli względem prognoz wykorzystuje się metodologię łączenia prognoz indywidualnych w prognozę kombinowaną. Idea wyznaczania prognoz kombinowanych, będących średnimi ważonymi par prognoz nieobciążonych, została przedstawiona przez Batesa i Grangera (1969), jednak rok wcześniej Pawłowski (1968) zaproponował połączenie dostępnych prognoz i wyznaczenie ich średniej arytmetycznej prostej lub ważonej.

Niech f_{1t} i f_{2t} będą dwiema różnymi prognozami wartości tej samej zmiennej Y na okres t (y_t), otrzymanymi na podstawie dwóch rywalizujących modeli – odpowiednio M_1 oraz M_2 . Obie prognozy indywidualne można połączyć w prognozę kombinowaną o postaci:

$$f_{ct} = (1 - \lambda)f_{1t} + \lambda f_{2t} \quad (1)$$

gdzie:

$$\lambda - \text{waga prognozy } f_{2t} \quad (0 \leq \lambda \leq 1).$$

Jeżeli prognoza wyznaczona na podstawie modelu M_2 nie zawiera żadnych przydatnych informacji, które są nieobecne w prognozie wyznaczonej na podstawie modelu M_1 , to w prognozie kombinowanej (1) $\lambda = 0$, $f_{ct} = f_{1t}$. W takiej sytuacji preferowana jest prognoza f_{1t} , którą Granger i Newbold (1973) określili jako warunkowo efektywną w odniesieniu do rywalizującej prognozy f_{2t} . W przedstawionym przypadku model M_1 obejmuje model M_2 względem prognoz, co skrótowo nazywa się obejmowaniem prognozy f_{2t} przez prognozę f_{1t} (Chong i Hendry 1986; Clements i Hendry 1993).

Badanie obejmowania prognoz z wykorzystaniem prognozy kombinowanej polega na testowaniu statystycznej istotności parametru (wagi) λ w odpowiadającym prognozie (1) równaniu regresji (Granger i Newbold 1973):

$$e_{1t} = \lambda(e_{1t} - e_{2t}) + e_{ct} \quad (2)$$

gdzie:

$$e_{it} = y_t - f_{it} \quad (3)$$

$$e_{ct} = y_t - f_{ct} \quad (4)$$

e_{it} , e_{ct} – błędy prognoz indywidualnych f_{it} ($i = 1, 2$) oraz prognozy kombinowanej.

Zerowa hipoteza obejmowania prognozy f_{2t} przez prognozę f_{1t} ma wówczas postać:

$$H_0 : \lambda = 0 \quad (5)$$

Naturalnym testem zerowej hipotezy w regresji (2) szacowanej KMNK jest test t-Studenta.

Obejmowanie w przypadku prognozy kombinowanej, będącej średnią ważoną większej liczby prognoz indywidualnych, przedstawili Harvey i Newbold (2000). Przy założeniu sumowania się nieujemnych wag do jedności prognoza kombinowana ma postać:

$$f_{ct} = \sum_{i=1}^m \lambda_i f_{it} \quad (6)$$

gdzie:

$i = 1, 2, \dots, m$ ($m \geq 2$),

m – liczba prognoz składowych prognozy kombinowanej,

f_{it} – i -ta prognoza indywidualna na okres t , wyznaczona na podstawie modelu M_i ,

λ_i – waga prognozy f_{it} ($0 \leq \lambda_i \leq 1$).

Powyższej prognozie odpowiada równanie regresji:

$$e_{1t} = \sum_{i=2}^m \lambda_{iT} (e_{it} - e_{it}) + e_{ct} \quad (7)$$

Zerową hipotezę obejmowania prognoz indywidualnych $f_{2t}, f_{2t}, \dots, f_{m,t}$ przez prognozę f_{1t} można zapisać w postaci:

$$H_0 : \lambda_2 = \lambda_3 = \dots = \lambda_m = 0 \quad (8)$$

Naturalnym testem zerowej hipotezy (8) w regresji (7) jest test F.

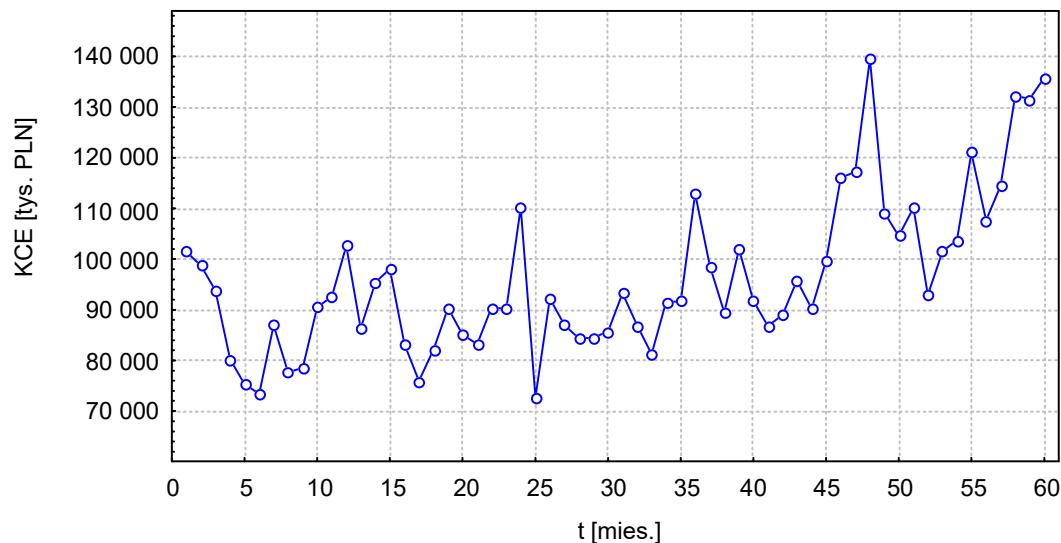
Testowanie obejmowania modeli daje możliwość bezpośredniego porównania modeli indywidualnych, udzielając tym samym odpowiedzi na pytanie, czy należy odrzucić dany model na rzecz modelu rywalizującego (Charemza i Deadman 1997).

PREZENTACJA I OCENA WYNIKÓW

W przykładzie empirycznym wykorzystano dane przedstawiające koszty produkcji energii cieplnej i elektrycznej (KCE) w elektrowni B. Szereg czasowy wartości zmiennej KCE (w tys. zł) obejmował okres 60 miesięcy; jego kształtowanie przedstawiono na ryc. 1.

W pierwszym etapie, na podstawie danych pochodzących z okresu estymacyjnego obejmującego 36 obserwacji, oszacowano modele ekonometryczne należące do pięciu klas:

- klasyczne modele szeregu czasowego ze stałą i zmienną sezonowością,
- hierarchiczne modele szeregu czasowego ze stałą i zmienną sezonowością (por. Zastosowanie hierarchicznych modeli... 2003),
- klasyczne modele przyczynowo-opisowe ze zmieniającymi się sezonowo parametrami,
- hierarchiczne modele przyczynowo-opisowe ze zmieniającymi się sezonowo parametrami,
- adaptacyjne modele Holta-Wintersa.



Ryc.1. Kształtowanie zmiennej KCE

Dla każdej klasy dokonano estymacji kilkunastu modeli różniących się: analityczną postacią funkcji trendu, rodzajem wahań sezonowych, zmiennymi objaśniającymi, stałymi wygładzania. Dodatkowo, w celach porównawczych, zbudowano też modele sztucznych sieci neuronowych (perceptrony wielowarstwowe) o różnej strukturze (liczbie warstw ukrytych oraz ich neuronów) – por. Perzyńska (2010).

Na podstawie wszystkich oszacowanych modeli wyznaczono prognozy *ex-post* dla horyzontu dwunastomiesięcznego i dokonano oceny ich trafności. Następnie z każdej z klas wybrano po jednym modelu charakteryzującym się najlepszymi właściwościami (wysokim dopasowaniem do danych empirycznych, istotnymi parametrami strukturalnymi oraz najmniejszymi błędami prognoz): M_1 , M_2, \dots, M_6 (M_1 – klasyczny model szeregu czasowego, M_2 – hierarchiczny model szeregu czasowego, M_3 – klasyczny model przyczynowo-opisowy, M_4 – hierarchiczny model przyczynowo-opisowy, M_5 – adaptacyjny model Holta-Wintersa, M_6 – sztuczna sieć neuronowa).

W drugim etapie dokonano reestymacji parametrów klasycznych i hierarchicznych modeli M_1 – M_4 dla okresu estymacyjnego obejmującego 48 obserwacji. W tabeli 1 zestawiono oceny miar dobroci dopasowania oraz parametrów struktury stochastycznej oszacowanych modeli.

Tabela 1. Oceny miar dobroci dopasowania oraz parametrów struktury stochastycznej klasycznych i hierarchicznych modeli szeregu czasowego oraz modeli przyczynowo-opisowych

Parametr	M_1	M_2	M_3	M_4
R^2 [%]	82,80	72,00	85,43	77,96
Se	7214,27	7516,6	4745,63	5835,82
Ve [%]	7,87	8,20	5,17	6,36

We wszystkich klasycznych i hierarchicznych modelach oceny wyrazów wolnych, współczynników kierunkowych funkcji trendu oraz dodatkowo parametrów przy jednej zmiennej objaśniającej w modelach przyczynowych są statystycznie istotne. Ponadto modele te posiadają istotne składniki sezonowe. Z informacji zawartych w tab. 1 wynika, że

oszacowane modele charakteryzują się stosunkowo wysokim dopasowaniem do danych empirycznych – wartość współczynnika determinacji wynosi od 72,00% (hierarchiczny model szeregu czasowego M_2) do 85,43% (klasyczny model przyczynowo-opisowy M_3). Współczynniki zmienności losowej reszt przyjmują wartości od 5,17% do 8,20% – najmniejszą wartość otrzymano dla klasycznego modelu przyczynowo-opisowego, zaś największą dla hierarchicznego modelu szeregu czasowego.

Podczas szacowania modelu adaptacyjnego oraz sztucznej sieci neuronowej nie są wyznaczane klasyczne miary dobroci dopasowania, lecz jedynie mierniki bezwzględne – błędy pomiędzy wartościami empirycznymi a teoretycznymi (odpowiednio wartościami wyrównanymi lub wyjściowymi). Z tego względu bezpośredniego porównania wszystkich modeli dokonano na podstawie analizy trafności prognoz indywidualnych, które posłużyły do budowy prognoz kombinowanych. Na podstawie wszystkich sześciu modeli wyznaczono indywidualne prognozy *ex-post* dla horyzontu dwunastomiesięcznego ($t = 49, 50, \dots, 60$), oznaczając je odpowiednio: f_1, f_2, \dots, f_6 . Średnie absolutne błędy procentowe wyznaczonych prognoz MAPE (Mean Absolute Percentage Error) zestawiono w tab. 2.

Tabela 2. Oceny średnich absolutnych błędów procentowych MAPE prognoz indywidualnych

Prognoza	MAPE [%]
f_1	11,80
f_2	11,80
f_3	10,15
f_4	10,50
f_5	9,84
f_6	8,26

Analizując informacje zawarte w tab. 2, można zauważyć, że najniższe oceny błędów MAPE otrzymano dla prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M_6 (sztucznej sieci neuronowej) i modelu M_5 (Holta-Wintersa). Największe błędy, wynoszące 11,8%, otrzymano dla prognoz wyznaczonych na podstawie klasycznych i hierarchicznych modeli szeregu czasowego (M_1 i M_2). Należy

zwrócić uwagę, że model M_2 (w przeciwieństwie do modelu M_1) charakteryzował się też najslabszym dopasowaniem do danych empirycznych. Błąd prognozy, wyznaczonej na podstawie klasycznego modelu przyczynowo-opisowego M_3 , o najwyższym dopasowaniu do rzeczywistych danych, jest tylko o 1,65 pp. niższy od błędów najmniej trafnych prognoz otrzymanych na podstawie modeli M_1 i M_2 .

W ostatnim etapie badań przeprowadzono testowanie obejmowania modeli względem prognoz z wykorzystaniem prognoz kombinowanych. Testowanie przeprowadzono dla par modeli (wszystkich dwuelementowych kombinacji ze zbioru $\{M_1, M_2, \dots, M_6\}$) oraz dla wszystkich sześciu modeli jednocześnie. Ponieważ szereg prognoz *ex-post* jest dość krótki, w równaniach regresji (2) i (7), poza błędami prognoz dla $t = 49, 50, \dots, 60$, wykorzystano też reszty modeli dla $t = 1, 2, \dots, 48$ (umownie, dla uproszczenia zapisu, dalej będzie mowa o błędach prognoz). W tabelach 3 i 4 zestawiono otrzymane wartości statystyk (odpowiednio t i F) przy poziomie istotności 0,05 oraz empiryczne poziomy istotności testów p-value.

Tabela 3. Wartości statystyki t

Model	Model rywalizujący	t	p-value
M ₁	M ₂	0,04	0,925
	M ₃	1,98	0,160
	M ₄	1,67	0,172
	M ₅	3,86	0,023
	M ₆	6,69	0,009
M ₂	M ₁	1,24	0,184
	M ₃	2,48	0,024
	M ₄	1,85	0,193
	M ₅	4,32	0,012
	M ₆	7,80	0,010
M ₃	M ₁	-0,93	0,777
	M ₂	-0,51	0,910
	M ₄	0,84	0,898
	M ₅	3,78	0,023
	M ₆	6,72	0,015
M ₄	M ₁	2,30	0,023
	M ₂	1,08	0,770
	M ₃	3,86	0,013
	M ₅	5,12	0,011
	M ₆	6,80	0,009
M ₅	M ₁	0,59	0,623
	M ₂	0,47	0,812
	M ₃	1,24	0,217
	M ₄	0,98	0,509
	M ₆	4,59	0,013
M ₆	M ₁	0,42	0,658
	M ₂	0,97	0,437
	M ₃	1,43	0,095
	M ₄	1,28	0,101
	M ₅	7,42	0,008

Analizując informacje zestawione w tab. 3, można zauważyć, że w przypadku modelu M₁ statystycznie nieistotne są tylko parametry w równaniach regresji (2), w których zmiennymi objaśniającymi są różnice pomiędzy błędami prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M₁ oraz modeli M₂, M₃ i M₄. Oznacza to, że model M₁ obejmuje wymienione trzy modele rywalizujące (każdy z osobna), natomiast nie obejmuje modeli M₅ i M₆.

Dla modelu M₂ statystycznie nieistotne są parametry w równaniach regresji (2), w których zmienną objaśnianą są błędy prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M₂, a zmiennymi objaśniającymi są różnice pomiędzy błędami prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M₂ oraz modeli M₁ i M₄. Oznacza to, że model M₂ obejmuje modele rywalizujące M₁ i M₄, natomiast nie obejmuje modeli M₃, M₅ i M₆.

Analizując dalej w analogiczny sposób informacje zestawione w tab. 3, można zauważyć, że:

- model M₃ obejmuje modele M₁, M₂ i M₄, a nie obejmuje modeli M₅ i M₆,
- model M₄ obejmuje tylko model M₂,
- model M₅ obejmuje wszystkie modele, poza M₆,
- model M₆ obejmuje wszystkie modele, poza M₅.

Można zauważyć, że obejmowanie względem prognoz nie jest relacją zwrotną – choć modele M₁ i M₂ wzajemnie się obejmują, jednak w przypadku modeli M₂ i M₃ zachodzi tylko jednostronne obejmowanie modelu M₂ przez M₃. Obejmowanie względem prognoz jest za to

w rozważanym przykładzie empirycznym relacją przechodnią, np. model M_1 obejmuje M_4 , który z kolei obejmuje M_2 , ponadto model M_1 obejmuje M_2 .

Wyniki testowania obejmowania modeli wskazują, że do zbioru najlepszych modeli można zaliczyć M_5 i M_6 – nie obejmują się one wzajemnie i żaden z nich nie jest obejmowany przez pozostałe modele rywalizujące. Kolejnym modelem, który można włączyć do modeli preferowanych, jest M_3 , gdyż obejmuje on wszystkie modele, poza M_5 i M_6 . Pozostałe modele trudno jest zaliczyć do najlepszych, ponieważ są one obejmowane przez wyróżnione modele M_3 , M_5 i M_6 , ponadto modele te w większości wzajemnie się obejmują.

W tabeli 4 przedstawiono wyniki testowania obejmowania modeli względem prognoz na podstawie równania regresji (7). Zmienną zależną w każdym szacowanym równaniu jest wektor błędów prognoz wyznaczonych na podstawie jednego modelu M_i ($i = 1, 2, \dots, 6$), natomiast zmiennymi niezależnymi są różnice pomiędzy błędami prognoz wyznaczonych na podstawie modelu M_i oraz pozostałych pięciu modeli rywalizujących ze zbioru $\{M_1, M_2, \dots, M_6\}$.

Tabela 4. Wartości statystyki F

Model	Modele rywalizujące	F	p-value
M_1	M_2, M_3, M_4, M_5, M_6	22,02	0,00002
M_2	M_1, M_3, M_4, M_5, M_6	31,91	0,00001
M_3	M_1, M_2, M_4, M_5, M_6	11,72	0,00002
M_4	M_1, M_2, M_3, M_5, M_6	17,84	0,00002
M_5	M_1, M_2, M_3, M_4, M_6	45,43	0,00001
M_6	M_1, M_2, M_3, M_4, M_5	34,73	0,00001

Po oszacowaniu równań regresji (7) dla kolejnych modeli okazało się, że w każdym z równań co najmniej jeden parametr różni się istotnie od zera. Z analizy informacji zawartych w tab. 4 wynika, iż na podstawie wartości statystyki F należy odrzucić hipotezę zerową o jednoczesnej nieistotności wszystkich parametrów (wag prognozy kombinowanej). Wynika stąd, że żaden z sześciu modeli nie obejmuje jednocześnie wszystkich pozostałych modeli rywalizujących.

PODSUMOWANIE

Dokonując wyboru najlepszego modelu na podstawie miar dobroci dopasowania oraz błędów prognoz, można uporządkować rywalizujące modele. W przedstawionym przykładzie empirycznym na podstawie oceny miar dobroci dopasowania preferowany jest model M_3 , następnie kolejno M_1 , M_4 i M_2 . Na podstawie oceny trafności prognoz *ex-post* preferowany jest model M_6 , potem M_5 , natomiast w grupie pozostałych modeli (dla których badano też dopasowanie za pomocą miar dobroci) najlepszy jest model M_3 , potem M_4 , a na końcu modele *ex aequo* M_1 i M_2 . Uwzględniając zatem jednocześnie oba przypadki – miary dobroci dopasowania oraz błędy prognoz – preferowany jest model M_3 , natomiast kolejność pozostałych jest już nieco inna.

Testowanie obejmowania modeli względem prognoz pozwala na bezpośrednie porównanie rywalizujących modeli, lecz, jak widać w przedstawionym przykładzie empirycznym, trudno jest dokonać ich dokładnego uporządkowania, gdyż nie są tutaj ważne same wartości

statystyk t i F , a jedynie ich wartości, w porównaniu z krytycznymi wartościami testu. Można zatem ustalić jedynie zbiór modeli preferowanych, które mają przewagę nad pozostałymi. Podobnie jak przy wyborze modelu na podstawie miar dobroci dopasowania oraz błędów prognoz, do zbioru modeli najlepszych należą również modele M_5 i M_6 oraz M_3 . Pozostałe modele są obejmowane przez wyróżnione trzy modele.

Z powyższych rozważań wynika, że testowanie obejmowania modeli względem prognoz jest użyteczną metodą wyboru kilku najlepszych modeli (modeli preferowanych) ze zbioru dostępnych modeli rywalizujących. Może stanowić uzupełnienie bądź alternatywne rozwiązanie dla arbitralnego wyboru na podstawie samych miar dobroci dopasowania do danych empirycznych czy błędów prognoz. Należy jednak zwrócić uwagę na to, iż korzystniejsze jest testowanie obejmowania dla par modeli, a nie wszystkich modeli jednocześnie.

Testowanie obejmowania modeli względem prognoz daje możliwość bezpośredniego porównania modeli rywalizujących również w przypadku, gdy nie są znane realizacje prognozowanej zmiennej. Wówczas w szacowanych równaniach regresji (2) i (7) w miejsce błędów prognoz wystarczy podstawić same wartości reszt dostępnych modeli.

Testowanie obejmowania modeli względem prognoz nie wymaga budowy prognozy kombinowanej – szacuje się tylko równanie regresji, którego parametry są jej wagami. Wyznaczenie prognozy kombinowanej wymagałoby jeszcze wykonania prostego przekształcenia – zsumowania wartości teoretycznych oszacowanej funkcji regresji oraz rzeczywistych wartości modelowanej zmiennej. Testowanie obejmowania modeli względem prognoz może być wskazówką przy wyborze kombinacji prognoz indywidualnych uwzględnionych w prognozie ważonej, gdyż sama metoda jej budowy w ogóle nie wymaga badania istotności parametrów. Pozwala na redukcję zbioru dostępnych modeli i wyznaczonych na ich podstawie prognoz, tym samym wskazując, które prognozy indywidualne o nieistotnych statystycznie wagach można wykluczyć z kombinacji.

PIŚMIENNICTWO

- Bates J., Granger C.** 1969. The combination of forecasts. *Operat. Res. Quart.* 20, 451–468.
- Charemza W., Deadman D.** 1997. *Nowa ekonometria*. Warszawa, PWE.
- Chong Y., Hendry D.** 1986. Econometric evaluation of linear macro-economic models. *Rev. Econ. Stud.* 53, 671–690.
- Clements M., Hendry D.** 1993. On the limitations of comparing mean square forecast errors. *J. Forecast.* 12, 617–637.
- Granger C., Newbold P.** 1973. Some comments on the evaluation of economic forecasts. *App. Econ.* 5, 35–47.
- Harvey D., Newbold P.** 2000. Tests for multiple forecast encompassing. *J. App. Econometr.* 15, 471–482.
- Harvey D., Newbold P.** 2002. Forecast combination and encompassing, in: *A companion to economic forecasting*. Red. M. Clements, D. Hendry. Oxford, Blackwell.
- Mizon G., Richard J.** 1986. The encompassing principle and its application to testing non-nested hypotheses. *Econometrica* 54, 657–678.
- Pawłowski Z.** 1968. *Teoria prognozy ekonometrycznej w gospodarce socjalistycznej*. Warszawa, PWN.
- Perzyńska J.** 2010. Budowa prognoz kombinowanych z wykorzystaniem sztucznych sieci neuronowych. *Pr. UE Wroc.* 103 (Prognozowanie w zarządzaniu firmą), 133–145.
- Welfe W., Welfe A.** 2004. *Ekonometria stosowana*. Warszawa, PWE.

Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach. 2004. Red. K. Kukuła. Warszawa, Wydaw. Nauk. PWN.

Zastosowanie hierarchicznych modeli szeregów czasowych w prognozowaniu zmiennych ekonomicznych z wahaniami sezonowymi. 2003. Red. J. Zawadzki. Szczecin, AR.

Streszczenie. W artykule autor rozważa sytuację, w której dostępne są różne modele ekonometryczne tej samej zmiennej. Podstawowym problemem jest wówczas wybranie najlepszego modelu. Najczęściej w tym celu stosuje się miary dopasowania modelu do danych empirycznych. Alternatywnym podejściem może być testowanie obejmowania modeli. W artykule przedstawione są rozważania teoretyczne dotyczące testowania obejmowania modeli względem prognoz. Wykorzystuje się w nim metodologię budowy prognoz kombinowanych będących średnimi ważonymi prognoz indywidualnych wyznaczonych na podstawie rywalizujących modeli. Ilustracją rozważań teoretycznych jest przykład empiryczny, w którym modelowaniu i prognozowaniu poddano koszty produkcji energii cieplnej i elektrycznej w elektrowni B.

